

2014/2015
64. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie C

(Termín odovzdania: v pondelok 12. januára 2015.)

1. Určte všetky dvojice (x, y) reálnych čísel, ktoré vyhovujú sústave rovníc

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+4)^2} &= 4-y, \\ \sqrt{(y-4)^2} &= x+8.\end{aligned}$$

(Jaroslav Švrček)

2. Peter má zvláštne hodinky s tromi ručičkami – prvá z nich obehne kruhový ciferník za minútu, druhá za 3 minúty a tretia za 15 minút. Na začiatku sú všetky ručičky v rovnakej polohe. Určte, za ako dlho budú ručičky rozdeľovať ciferník na tri zhodné časti. Nájdite všetky riešenia.

(Tomáš Jurík)

3. Simona a Lenka hrajú hru. Pre dané celé číslo k také, že $0 \leq k \leq 64$, vyberie Simona k políček šachovnice 8×8 a každé z nich označí krížikom. Lenka potom šachovnicu nejakým spôsobom vyplní tridsiatimi dvoma dominovými kockami. Ak je počet kociek pokrývajúcich dva krížiky nepárny, vyhráva Lenka, inak vyhráva Simona. V závislosti od k určte, ktoré z dievčat má vyhrávajúcu stratégiu.

(Michal Rolínek)

4. Označme E stred základne AB lichobežníka $ABCD$, v ktorom platí $|AB| : |CD| = 3 : 1$. Uhlopriečka AC pretína úsečky ED , BD postupne v bodoch F , G . Určte postupný pomer

$$|AF| : |FG| : |GC|.$$

(Jaroslav Zhouf)

5. Rozdiel dvoch prirodzených čísel je 2010 a ich najväčší spoločný deliteľ je 2014-krát menší ako ich najmenší spoločný násobok. Určte všetky také dvojice čísel.

(Jaromír Šimša)

6. Nájdite najmenšie prirodzené číslo n také, že v zápise iracionálneho čísla $\sqrt{n}$ nasledujú bezprostredne za desatinnou čiarkou dve deviatky.

(Josef Tkadlec)